Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres

Zusammenfassung wesentlicher Ergebnisse der gleichnamigen Dissertation von Michael Gaidoschik

Erstleser: Univ. Doz. Dr. Günter Hanisch, Uni Wien

Zweitleserin: Prof. Dr. Anna Susanne Steinweg, Uni Bamberg

Wien, Mai 2010

Übersicht

- Problemaufriss und Stand der Forschung
- Forschungsfragen
- Design & Methoden
- Qualitative Ergebnisse
- Quantitative Ergebnisse
- Diskussion & Ausblick

Problemaufriss und Stand der Forschung

Die aktuelle deutschsprachige Fachdidaktik hält weitgehend einheitlich fest:

- ☞ Die Überwindung des zählenden Rechnens zumindest im ZR bis 10 ist wichtiges Ziel schon der ersten Schulstufe.

(vgl. etwa Lorenz & Radatz 1993, Gerster 1994, Radatz, Schipper, Dröge & Ebeling 1996, Schipper 2005, Wittmann & Müller 2007, Gerster 2009)

Einschub zum besseren Verständnis des Folgenden: Rechenstrategien

Die wesentlichen Möglichkeiten zur Lösung von Plus- und Minusaufgaben:

Zählendes Rechnen

z.B. "Alleszählen":
Bei z.B. 3+4 werden "eins, zwei, drei", dann "eins, zwei, drei, vier" Finger ausgestreckt, dann wird die Gesamtheit mit "eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben" zählend ermittelt.

Andere Formen:
"Weiterzählen"
"Fingerteilzählen" u.a.

Faktenabruf

"Drei plus vier ist sieben, das weiß ich einfach!"

Die Aufgabe ist also im Langzeitgedächtnis gespeichert.

Ableitung

"Drei plus drei ist sechs, das weiß ich schon. Dann ist drei plus vier sieben, weil es nur um eins mehr ist!"

im Folgenden auch als 2 Formen von **"Faktennutzung"** zusammengefasst

Problemaufriss und Stand der Forschung

Die internationale interdisziplinäre Forschung zu "Rechenschwäche"/ "Dyskalkulie"/ ... befindet ebenso einheitlich:

☞ "Verfestigtes zählendes Rechnen" im Bereich der additiven Grundaufgaben ist ein "Hauptmerkmal" mathematischer Lernstörungen.

(vgl. etwa Lorenz & Radatz 1993, Gerster 1994, Gerster & Schultz 2000, Lorenz 2003, Schipper 2003, Gaidoschik 2003, Geary 2004, Kaufmann & Wessolowski 2006, Schipper 2009)

Problemaufriss und Stand der Forschung

- Aber: Der Übergang von zählendem zu nicht-zählendem Rechnen ist im deutschsprachigen Raum kaum erforscht , in Österreich bislang gar nicht.

Problemaufriss und Stand der Forschung

- Vorliegende Studien aus dem englischen Sprachraum werden in Kapitel 2 der Dissertation im Detail analysiert.

Daraus nur der Hinweis auf eine Vergleichsstudie, die zeigt, dass es notwendig ist, die Frage jeweils national zu untersuchen:

- Geary, Bow-Thomas, Liu und Siegler (1996): Vergleich China-USA, Querschnitt, qualitative Interviews, Kleines Einspluseins (also ZR schon bis 20):

	chinesische Kinder	US-amerikanische Kinder
Ende 1. Schuljahr	91 % Faktenabruf 6 % Ableitung 3 % Zählend	28 % Faktenabruf 4 % Ableitung 68 % Zählend

Problemaufriss und Stand der Forschung

- Theorien zum Übergang zählendes ⇒ nichtzählendes Rechnen sind im Detail Gegenstand von Kapitel 2 der Dissertation
- Hier nur ein Überblick über die beiden Hauptströmungen der Theoriebildung:

Auswendiglernen von (Einzel-)*Fakten*, Stimulus-Response-Lernen (etwa Ashcraft, z.B. 1985, schon Thorndike, 1922)

Automatisation verstandener *Prinzipien/Strategien* (etwa Baroody, z.B. 1985, 2003, schon Brownell, 1929)

Siegler (zuletzt 2001): wiederholt erfolgreiches zählendes Rechnen ⇒ Assoziation von Aufgabe und Ergebnis im LZG

Gray & Tall (1994): "proceptual divide", Ableiten als Katalysator der Ablösung vom zählenden Rechnen

Übersicht

- Problemaufriss und Stand der Forschung
- **Forschungsfragen**
- Design & Methoden
- Qualitative Ergebnisse
- Quantitative Ergebnisse
- Diskussion & Ausblick

Forschungsfragen, qualitativ-explorativ:

- Rechenstrategien von *österreichischen* ErstklässlerInnen?
  - Welche Zählstrategien, wie häufig, bei welchen Aufgaben?
  - Faktenabruf: Bei welchen Aufgaben wie häufig, wie früh?
- Insbesondere auch:
  Häufigkeit und Art von Ableitungsstrategien?
- Zusammenhänge mit Performanz in Zusatzaufgaben zum Verständnis operativer Zusammenhänge?
- Unterschiede zwischen den Kindern? "Strategie-Typen"?
- Auf Basis welchen Unterrichts?

Forschungsfragen

Hypothesen prüfend: Einflüsse von

- **Zahlwissen zu Schulbeginn:** Weniger zählendes Rechnen bei Kindern mit höherem Zahlwissen?
  (vgl. Krajewski 2003, Krajewski & Schneider 2006, Weißhaupt, Peucker & Wirtz 2006, Dornheim 2008)

- **Geschlechtszugehörigkeit:** Weniger zählendes Rechnen bei Buben?
  (vgl. Carr, Jessup & Fuller 1999, Krajewski 2003, Dornheim 2008)

- **Bildungsgrad der Eltern:** Weniger zählendes Rechnen bei Kindern von Eltern mit höherem Bildungsgrad?
  (vgl. Krajewski & Schneider 2006, TIMSS 2007, Dornheim 2008)

Forschungsfragen

Hypothesen prüfend: Einfluss des

- **frühen Anwendens von Ableitungsstrategien auf den Grad der Automatisierung am Ende des 1. Schuljahres:**

  Haben Kinder, die eine Aufgabe, Mitte des Schuljahres ableiten, diese Aufgabe am Ende des Schuljahres signifikant häufiger automatisiert als Kinder, die diese Aufgabe Mitte des Schuljahres zählend lösen?

  (vgl. u.a. Thornton 1978, Baroody 1985, Gray 1991, Gray & Tall 1994, Gerster 1994, Steinberg 1995, Geary u.a. 1996, Baroody 2006)

Übersicht

- Problemaufriss und Stand der Forschung
- Forschungsfragen
- **Design & Methoden**
- Qualitative Ergebnisse
- Quantitative Ergebnisse
- Diskussion & Ausblick

Design & Methoden:
1) Längsschnittstudie/Erhebung:

Erhebung der Lösungsstrategien zu ausgewählten additiven Aufgaben (ZR 10/20) zu 3 Zeitpunkten:

- Schulbeginn (3./4. Schulwoche)
- Halbjahr (21./22. Schulwoche)
- Schulende (36./37. Schulwoche)

Schuljahr 2006/2007

Design & Methoden:
1) Längsschnittstudie/Erhebung

Stichprobe:

- Anfangs 160, durchgehend 139 Kinder aus 20 nö. VS
- Zweistufige Zufallsauswahl:
  - ☞ Zufallsauswahl von 20 VS aus Gesamtliste des LSR
  - ☞ Zufallsauswahl von je 8 Kindern aus Klassenliste

Design & Methoden:
1) Längsschnittstudie/Erhebung

- "Qualitative Interviews", "revidierte klinische Methode" nach Piaget (vgl. Ginsburg 1983, Selter & Spiegel 1997), videographiert

- Kategorisierung der beobachteten/erfragten Strategien (im Wesentlichen nach Carpenter & Moser 1984), v.a.

  - Faktenabruf
  - Ableitung

  "Faktennutzung"

  - Zählstrategie

Design & Methoden:
1) Längsschnittstudie/Erhebung

Beim ersten Interview zusätzlich erhoben:

- Zahlenbezogene Kenntnisse zu Schulbeginn

Beim zweiten und dritten Interview zusätzlich:

- Zusatzaufgaben zum Verständnis operativer Zusammenhänge (Aufgabe-Nachbaraufgabe, Aufgabe-Umkehraufgabe)

Design & Methoden: 1) Längsschnittstudie / Auswertung

- Qualitative Auswertung:
  - Darstellung der Häufigkeiten einzelner Strategien bei einzelnen Aufgaben
  - Darstellung der Häufigkeiten von Kombinationen bestimmter Strategien für verschiedene Aufgaben bei denselben Kindern ("scoring in context")
  - Empirisch begründete Typenbildung (vgl. Kelle 1994, Kelle & Kluge 1999, Bikner-Ahsbahs 2003): Typisierung der Kinder bezüglich ihrer Rechenstrategie-Entwicklung
- Signifikanzprüfung:
  - Kovarianzanalyse mit Messwiederholung
  - Chi-Quadrat-Tests

Design & Methoden: 2) Inhaltsanalyse der Schulbücher

- "Qualitative Inhaltsanalyse" (vgl. Mayring 2003)

- Überprüfung auf Übereinstimmung mit / Abweichung vom (im 4. Kapitel herausgearbeiteten) Grundkonsens der aktuellen Fachdidaktik bezüglich folgender 6 Punkte:
  - Gezieltes Erarbeiten eines Verständnisses von "Zahlen als Zusammensetzungen aus Zahlen"
  - Gezieltes Erarbeiten nicht-zählender Rechenstrategien
  - Vorrang der Strategie-Reflexion gegenüber dem "Lösen von Rechenaufgaben"
  - Ganzheitliche Behandlung von Zahlenräumen
  - Keine Festlegung auf das "Teilschrittverfahren" für den Zehnerübergang im Zahlenraum bis 20
  - Vorrang operativer Übungsformen

Design & Methoden: 3) LehrerInnenbefragung

Erhebung

Nach dem dritten Interview: LehrerInnen-Fragebogen, offene und geschlossene Fragen

- zum Einsatz des Schulbuches
- zur Zufriedenheit mit dem Schulbuch
- zum Umgang mit arithmetischem Material
- zur Behandlung einzelner Rechenstrategien

Auswertung

deskriptiv-interpretativ vor dem Hintergrund der im Theorieteil herausgearbeiteten Empfehlungen der aktuellen Fachdidaktik zur Gestaltung des frühen Arithmetikunterrichts

Design & Methoden:
4) Elternfragebogen

Vor dem dritten Interview: Fragen u.a. zur

- Höchsten abgeschlossenen Schulbildung der Eltern
- Dauer und Häufigkeit des häuslichen Rechnenübens

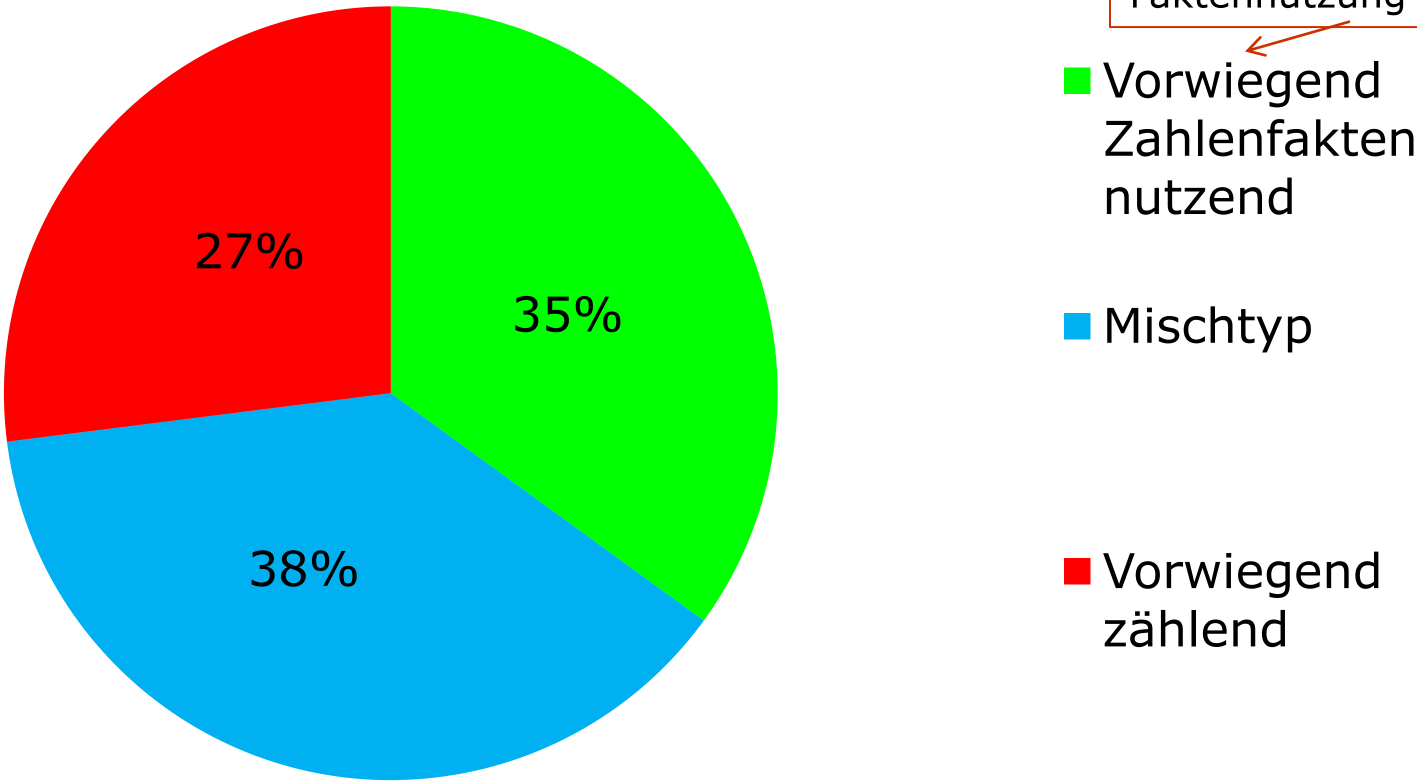
Übersicht

- Problemaufriss und Stand der Forschung
- Forschungsfragen
- Design & Methoden
- **Qualitative Ergebnisse**
- Quantitative Ergebnisse
- Diskussion & Ausblick

Qualitative Ergebnisse/ZR 10

Strategien im ZR bis 10, Ende 1. Schuljahr

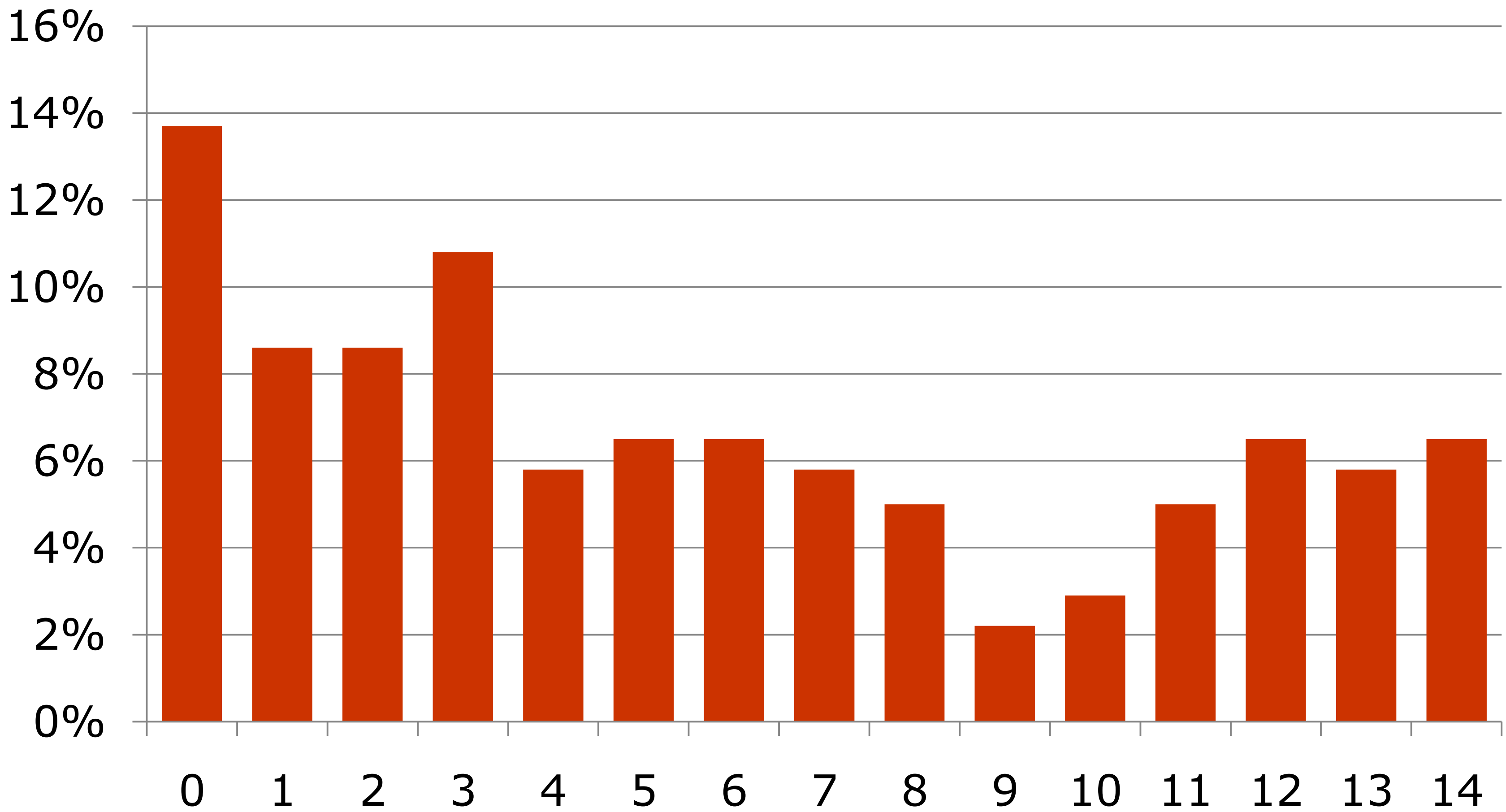
"Fact Mastery" nach Carpenter & Moser, d.h.: Mind. 2 Drittel der Aufgaben durch Faktennutzung



Grundlage: 14 "nicht-triviale" Aufgaben (trivial: Verdoppelungen, +1, -1)

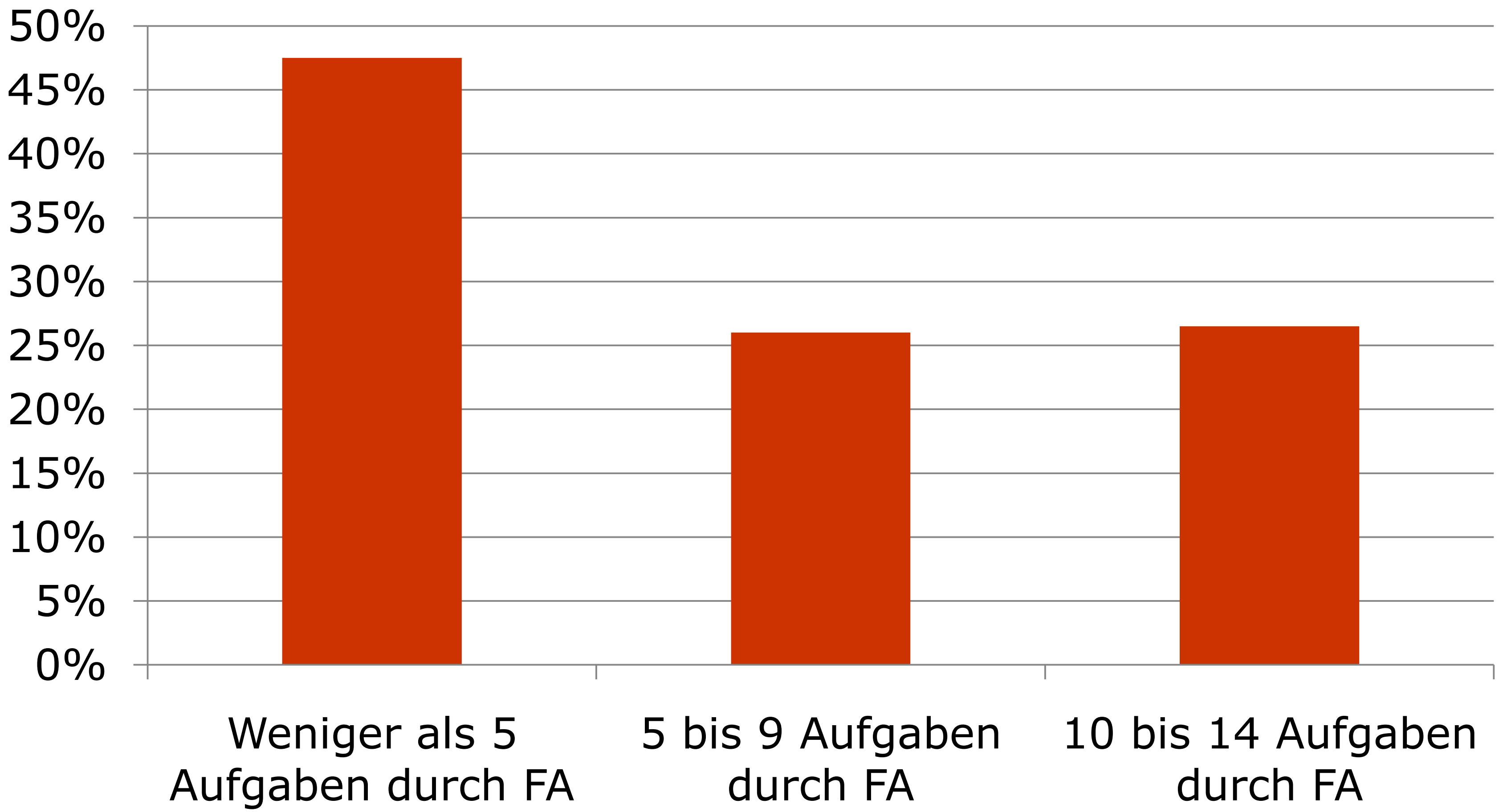
Automatisierung ("Faktenabruf") am Ende des ersten Schuljahres

Von 14 nicht-trivialen Aufgaben im ZR 10 wurden von x % der Kinder 0, 1, ... 14 Aufgaben durch Faktenabruf gelöst:



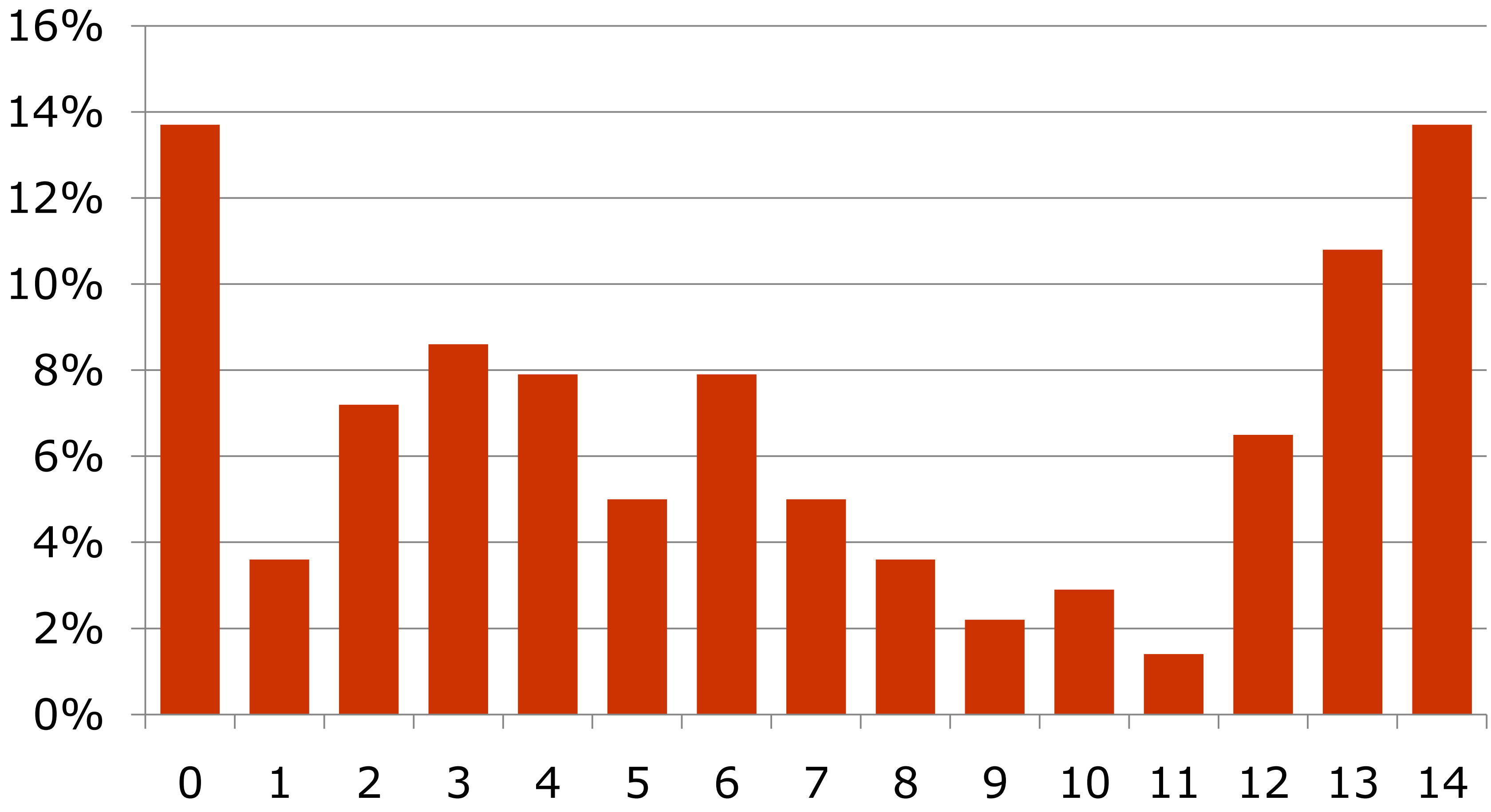
Automatisierung ("Faktenabruf") am Ende des ersten Schuljahres

Weniger als 1 Drittel / mehr als 1, weniger als 2 Drittel / mehr als 2 Drittel der Aufgaben wurden durch FA gelöst von...



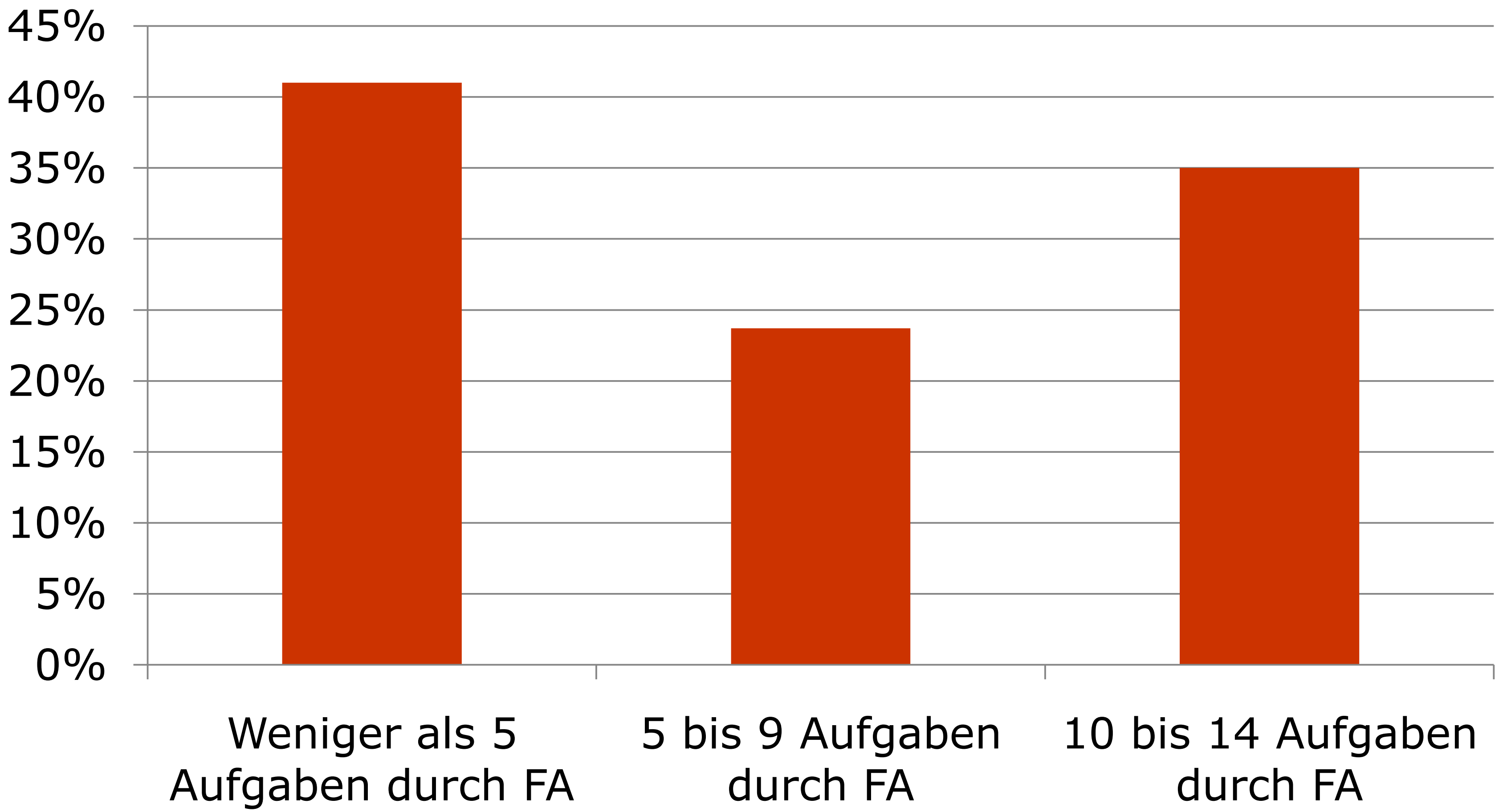
Faktennutzung (inkl. Ableitung) am Ende des ersten Schuljahres

Von 14 nicht-trivialen Aufgaben im ZR 10 wurden von x % der Kinder 0, 1, ... 14 Aufgaben durch Faktennutzung gelöst:

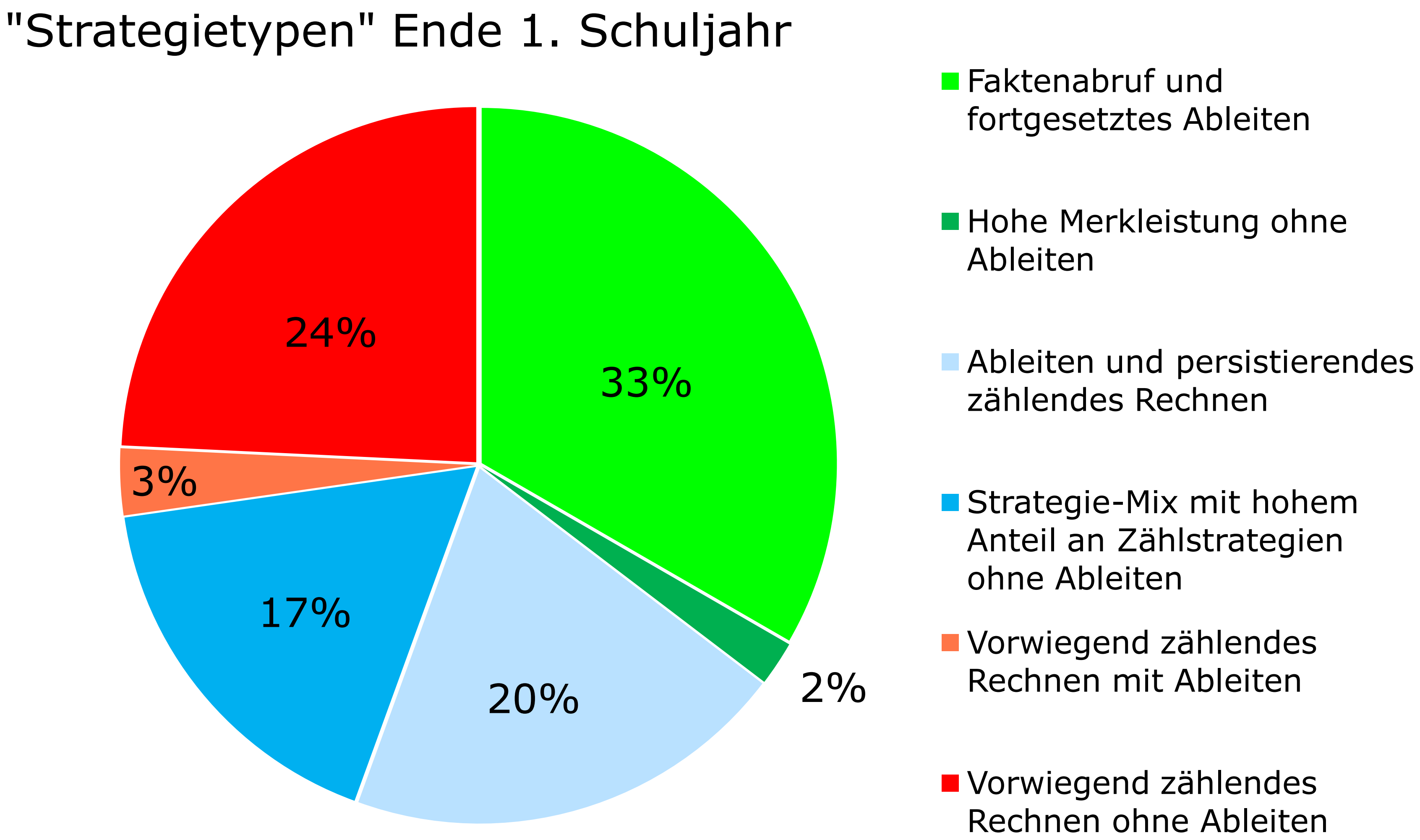


Faktennutzung (inkl. Ableitung) am Ende des ersten Schuljahres

Weniger als 1 Drittel / mehr als 1, weniger als 2 Drittel / mehr als 2 Drittel der Aufgaben wurden durch FN gelöst von...

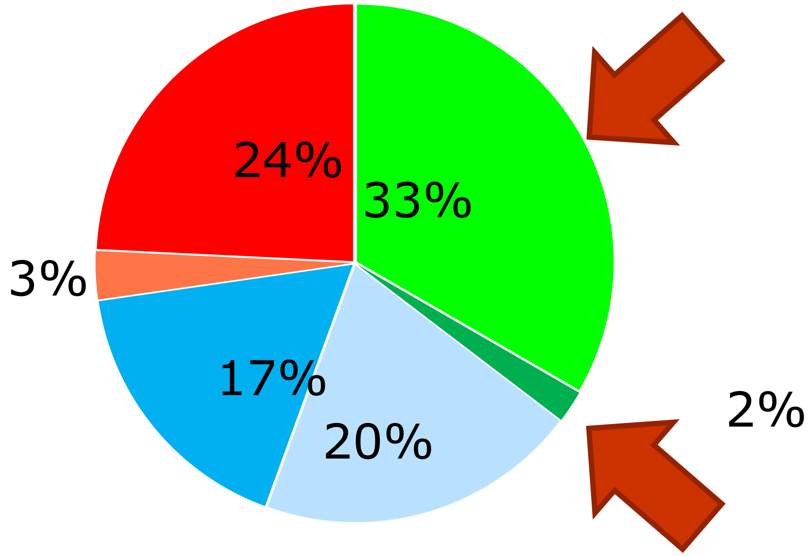


Qualitative Ergebnisse/ZR 10-20



Qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

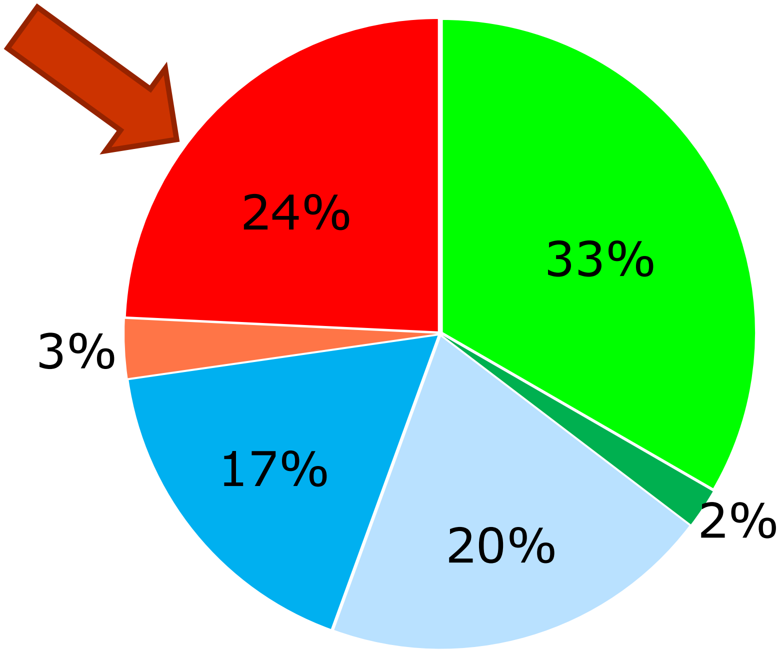
- Hohes Faktenwissen im ZR 10 fast immer in Kombination mit Ableitungen (Typus "Faktenabruf und fortgesetztes Ableiten")



- "Bloßes Auswendigwissen" dagegen sehr selten (Typus "Hohe Merkleistung ohne Ableiten")

Qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

- Umgekehrt: Kinder mit geringstem Faktenwissen im ZR 10 verwenden die wenigen auswendig gewussten Aufgaben typischer Weise nicht für Ableitungen (Typus "Vorwiegend zählendes Rechnen ohne Ableiten")

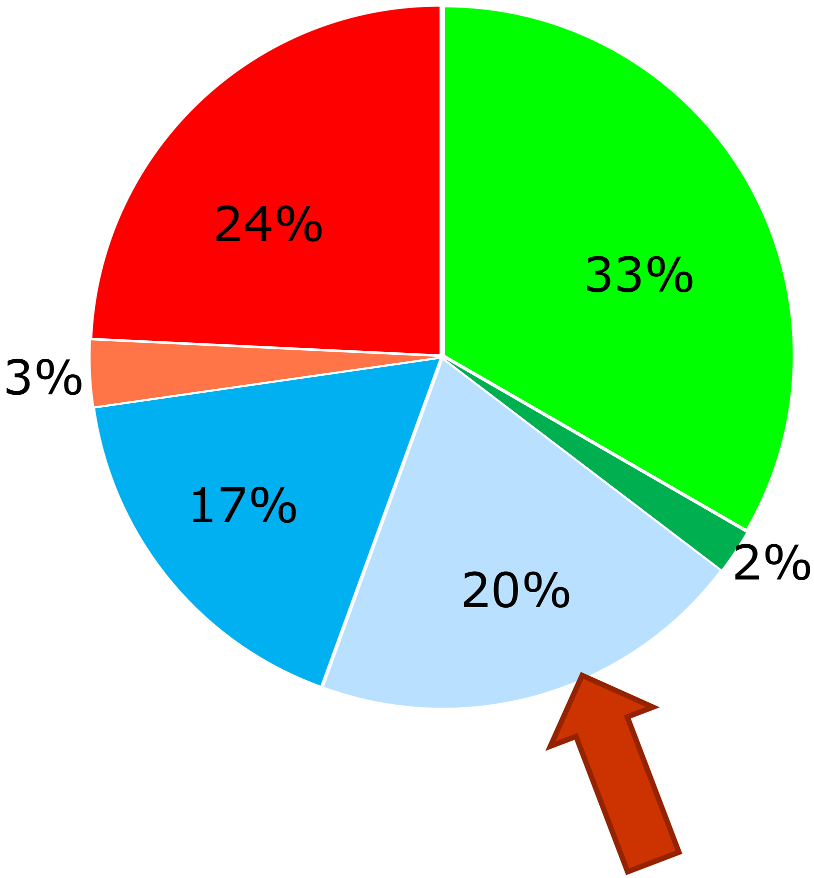


Qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

- Die beiden häufigsten Typen "Faktenabruf und fortgesetztes Ableiten" und "Vorwiegend zählendes Rechnen ohne Ableiten" ganz im Sinne von Gray & Tall 1994

Qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

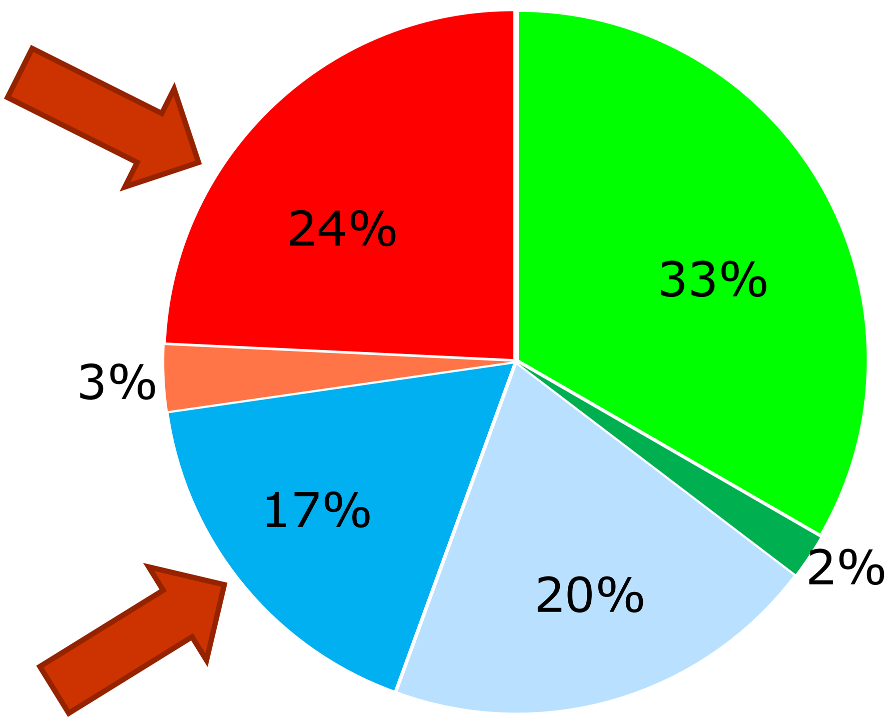
- Typus "Ableiten und fortgesetztes zählendes Rechnen" zeigt aber, dass feinere Differenzierung erforderlich



- Typisch für diese Kinder: Ableiten, "wo es lohnt"
- Gerade bei Zehnerüber-gängen dann aber oft zählendes Rechnen, weil zu wenig Faktenwissen im ZR 10

Qualitative Ergebnisse/ZR 10-20

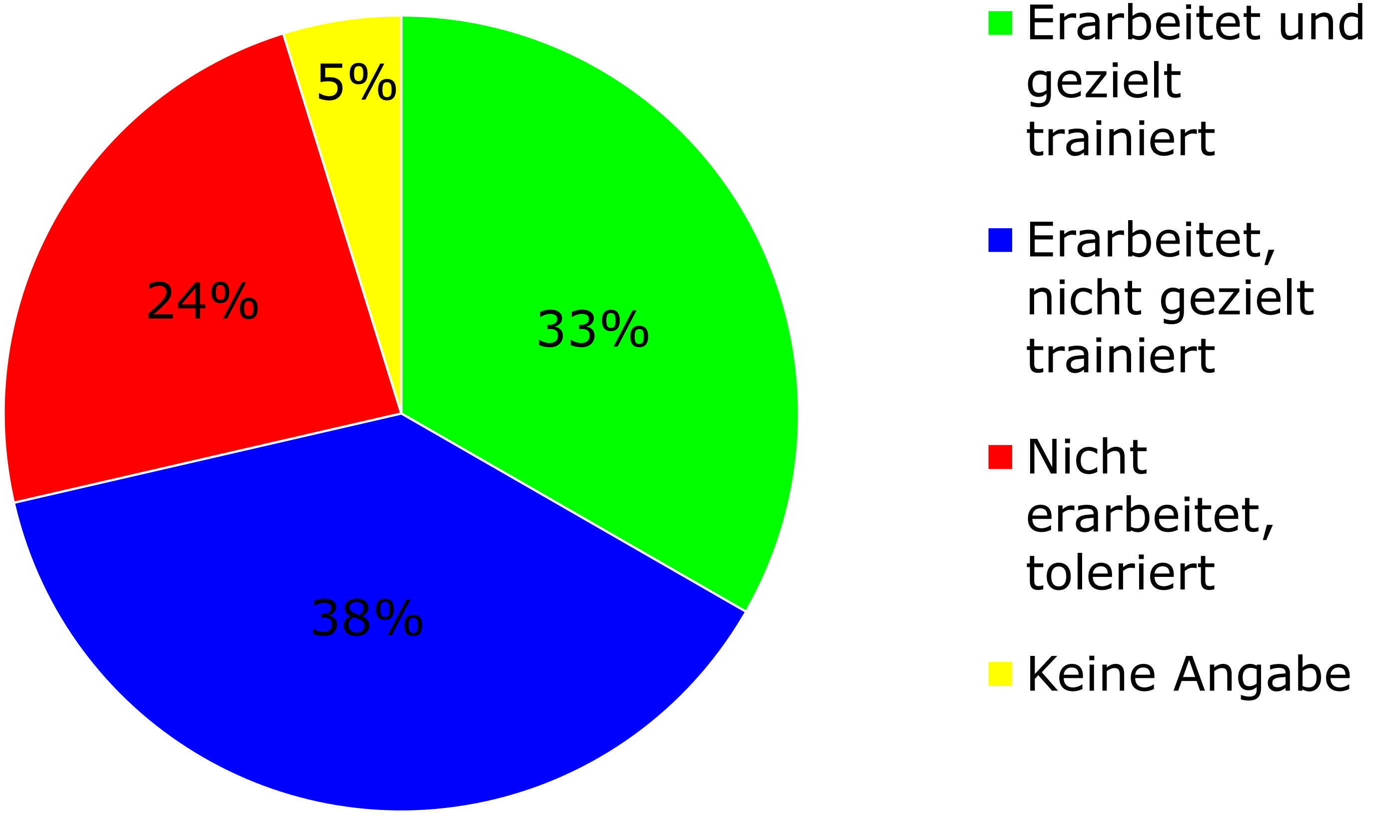
- Typen mit hohem Anteil an Zählstrategien ohne Ableiten



- In der Regel doch (Ansätze für) Einsichten in operative Zusammenhänge erkennbar

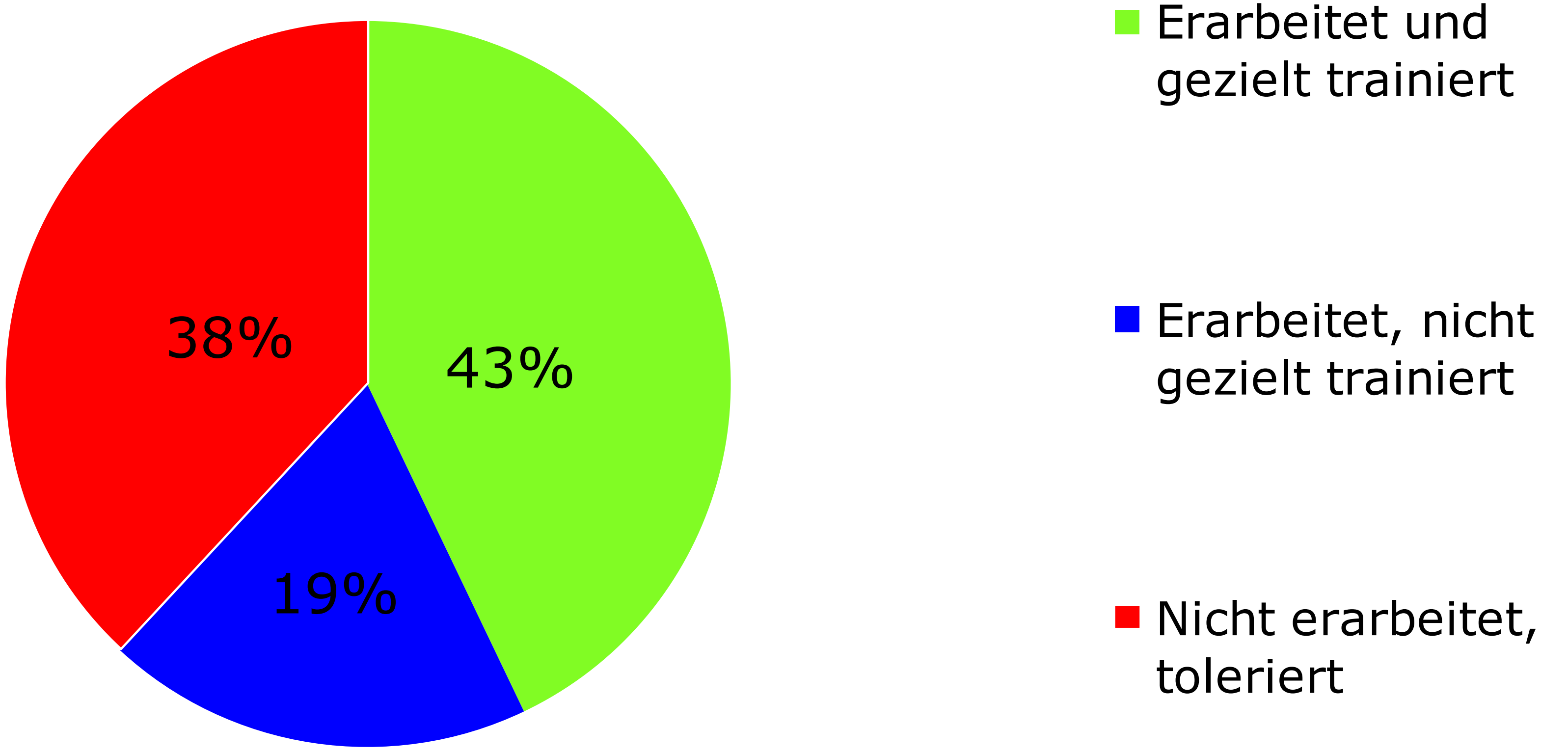
Dazu Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

Umgang mit der Lösungsstrategie "Legen und Zählen" im Unterricht:



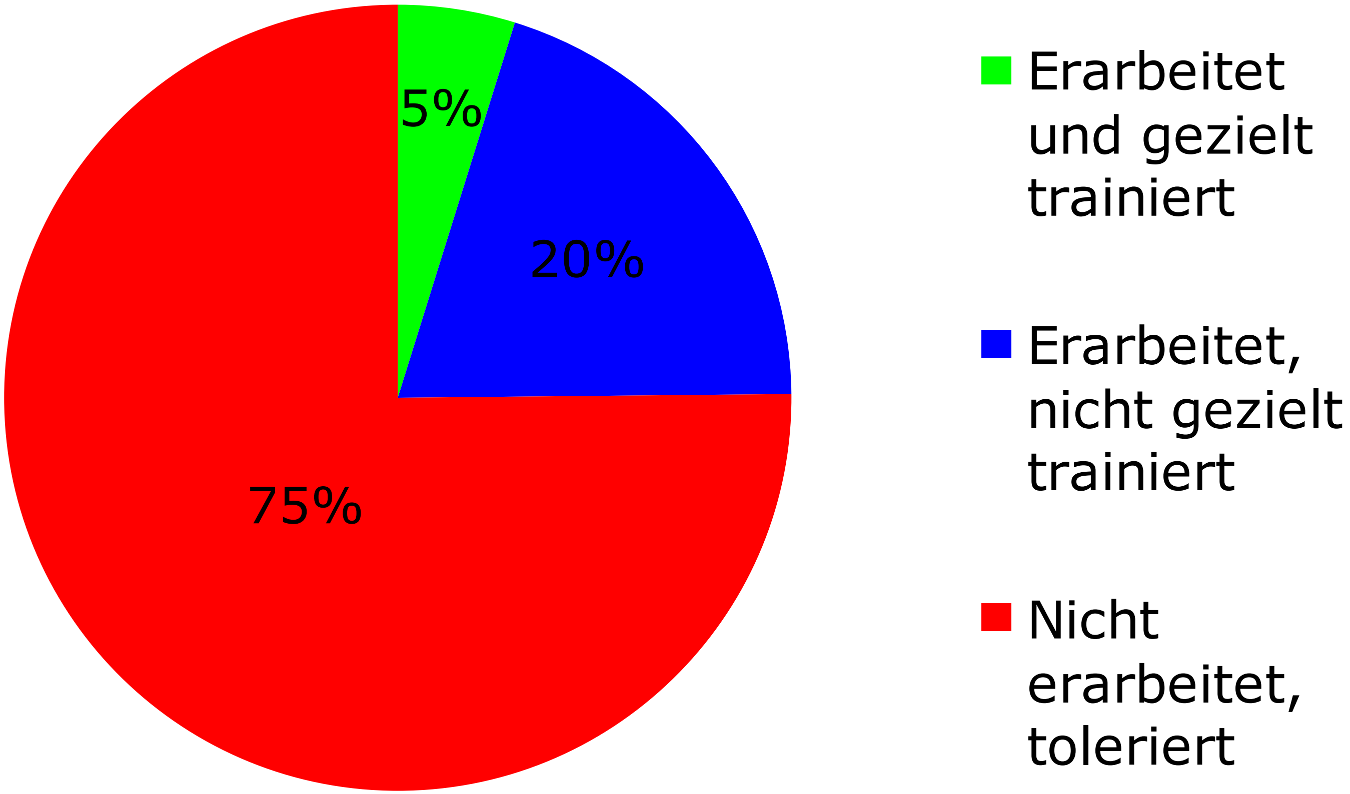
Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

Umgang mit der Lösungsstrategie "Weiterzählen" im Unterricht:



Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

Umgang mit der Lösungsstrategie "Verdoppeln plus 1" (Beispiel: $3+3=6 \Rightarrow 3+4=7$) im Unterricht:



Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

- Die Strategie "Verdoppeln plus 1" wurde in keinem der fünf in den erfassten Klassen verwendeten Bücher thematisiert.

Verwendet und in der Schulbuchanalyse erfasst wurden die folgenden Unterrichtswerke:

- AG MATHEMATIK (Hg.) (2003): Matheblitz 1. Wien: Jugend & Volk.
- BRUNNER, Edith u.a. (2004): Zahlenreise 1. Mathematik für die 1. Schulstufe. Linz: Veritas-Verlag.
- BUBLATH, Helmut; FÜRNSTAHL, Gerlinde; HÖNISCH, Kurt u.a. (2005): Zahlen-Zug 1. Wien: Dorner.
- EDER, Johann; JAROLIM, Franz; SCHÖN, Rudolf (2001): Mein erstes Mathematikbuch. Wien: Jugend & Volk.
- FRIEDL, Martina (2004): Funkelsteine 1 Mathematik. Wien: Dorner.

Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

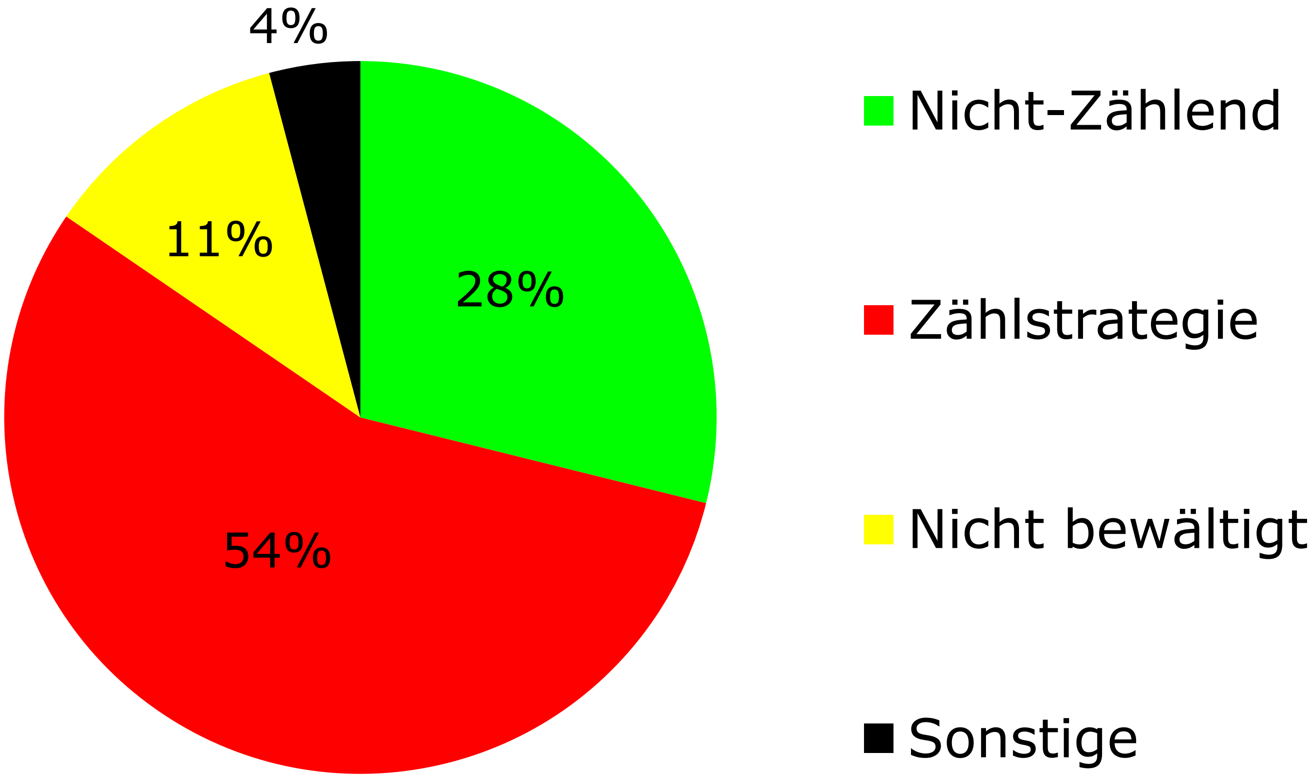
- Diese 5 Bücher zeigen sich in der Inhaltsanalyse bezüglich der didaktisch-methodischen Gestaltung ziemlich einheitlich:
  - Kleinschrittiger Aufbau
  - Kein gezielter Aufbau eines strukturierten Zahldenkens
  - Keine gezielte Erarbeitung nicht-zählender Strategien
  - Kein Anregungen zur Reflexion von Rechenstrategien
  - Weit überwiegend unstrukturiertes Üben

All das in klarem Widerspruch zu zentralen Empfehlungen der aktuellen Fachdidaktik

- Dabei wurde der Unterricht maßgeblich vom Schulbuch bestimmt:
  - In allen 20 Volksschulen wurde das Buch von den Kindern Seite für Seite abgearbeitet, kaum eine Aufgabe ausgelassen.

Qualitative Ergebnisse zum Zehnerübergang

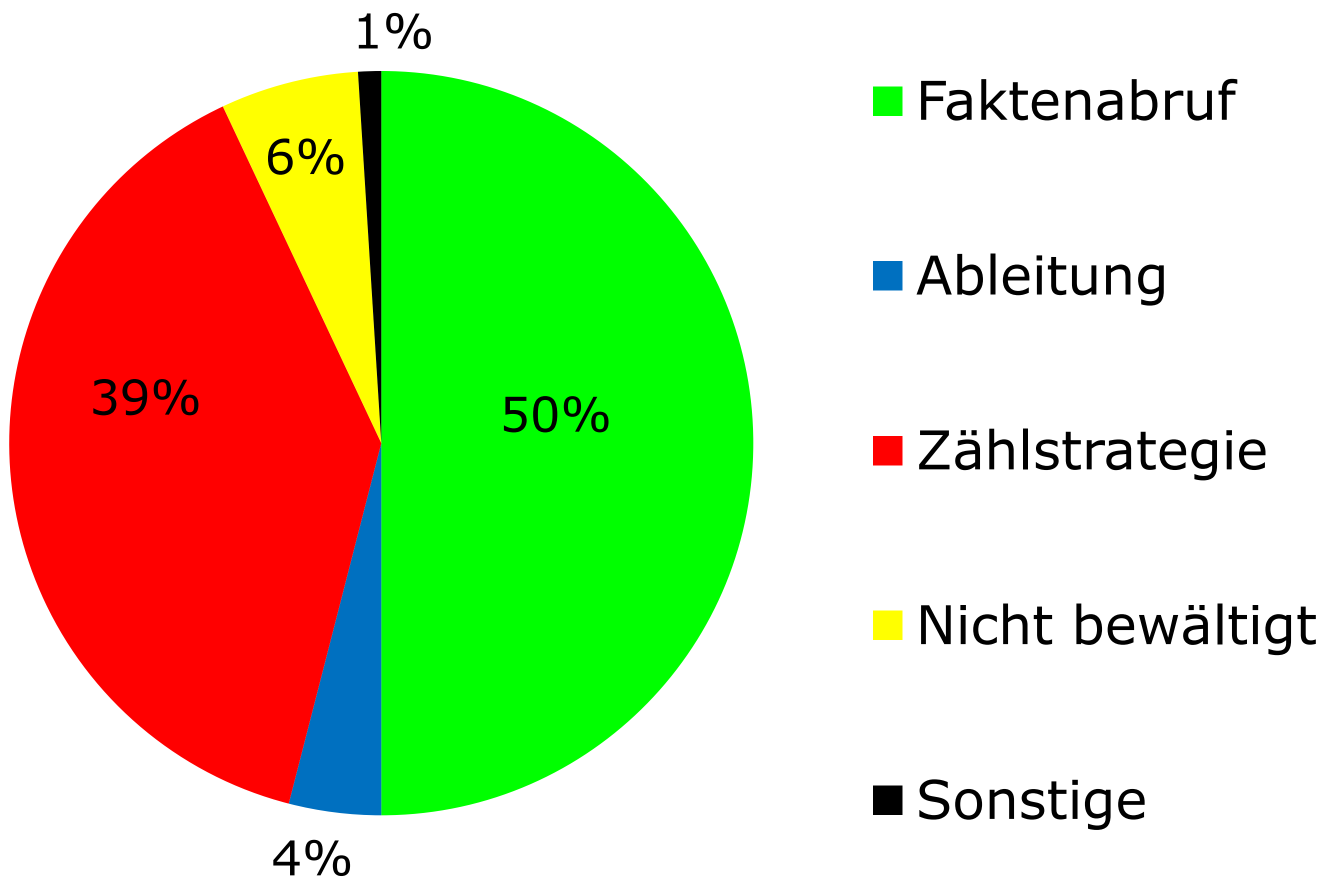
Strategien bei Aufgaben mit Zehnerübergang am Ende des 1. Schuljahres



Basis: 7 Aufgaben mit ZÜ, 6+6 als Sonderfall ausgenommen

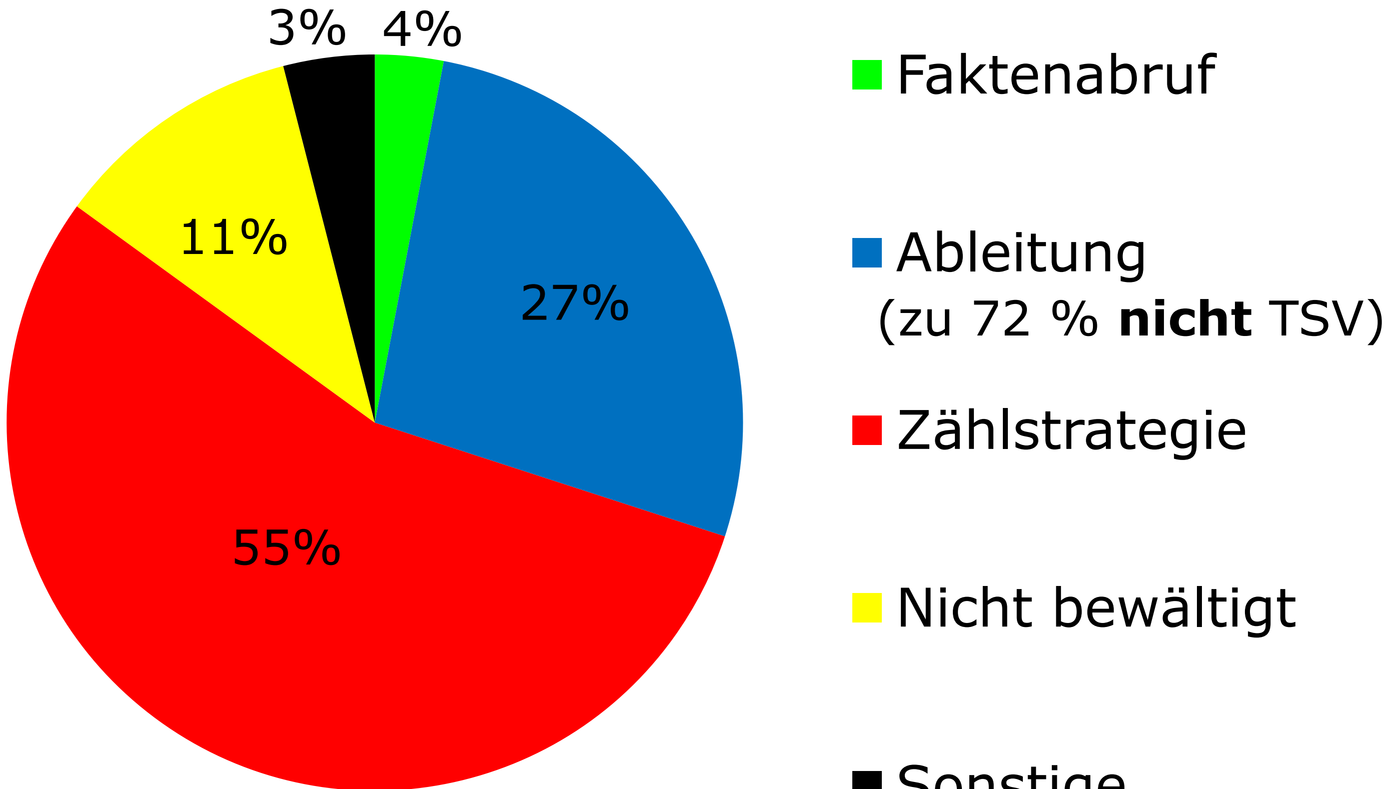
Qualitative Ergebnisse zum Zehnerübergang

Strategien bei 6 + 6 am Ende des 1. Schuljahres



Qualitative Ergebnisse zum Zehnerübergang

Strategien bei 6 + 7 am Ende des 1. Schuljahres



Qualitative Ergebnisse zum Zehnerübergang

Strategien bei 8 + 8 am Ende des 1. Schuljahres:

- ca. 16 % auswendig
- 2 Kinder „Kraft der 5“
- 1 Kind „Kraft der 10“ (8 + 10 = 18, - 2 = 16)
- 5 Kinder: 6 + 6 = 12, 14, 16

„Teilschrittverfahren“ (als einziges im Unterricht behandelt!):

- 1 Kind (0,7 %) : 8 + 2 = 10, + 6 = 16

Und die anderen Kinder?

- ca. 54 % Zählstrategien
- ca. 20 %: „irgend eine Zahl gesagt“, „zu schwer“ usw.

Dazu Ergebnisse von Schulbuchanalyse & Lehrerinnenbefragung

Im Unterricht wurde für den Zehnerübergang

- in 19 von 22 Klassen **nur das Teilschrittverfahren** ("Zehner-Stopp", also etwa 6 + 7 als 6 + 4 + 3) behandelt
- auch dies in Übereinstimmung mit den verwendeten Schulbüchern
- in 2 Klassen Zehnerübergang im ersten Schuljahr noch nicht behandelt ("zu schwer")

Dazu die Fachdidaktik:

Teilschrittverfahren ist, "was die erforderlichen Teilleistungen betrifft, das anspruchsvollste (Verfahren für die Zehnerüberschreitung)" (Krauthausen 1995).

Unterrichtsanalyse: Zusammenfassung in Form von Forschungshypothesen

- Im Unterricht der befragten Kinder wurden **Zählstrategien mehrheitlich** zumindest bis Mitte des ersten Schuljahres **gezielt geübt.**
- **Ableitungsstrategien** wurden weitgehend **vernachlässigt.**
- Es wurden mehrheitlich **keine gezielte Maßnahmen zum Auswendiglernen** der additiven Basisfakten gesetzt.

Zusammengefasst:

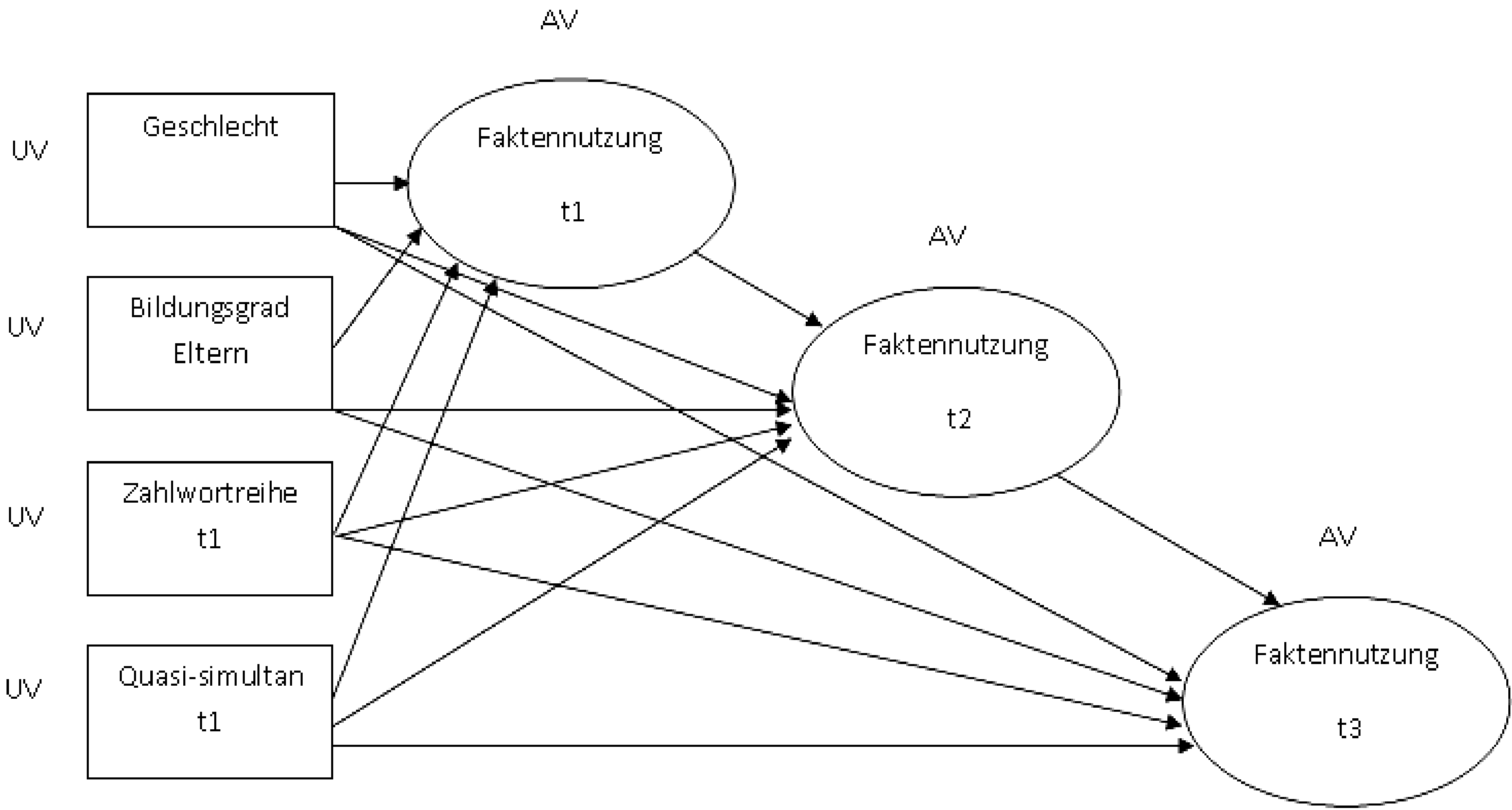
- Ablösung vom zählenden Rechnen wurde in der Regel nicht gefördert, im Gegenteil eher erschwert.

Übersicht

- Problemaufriss und Stand der Forschung
- Forschungsfragen
- Design & Methoden
- Qualitative Ergebnisse
- **Quantitative Ergebnisse**
- Diskussion & Ausblick

Hypothesenprüfung/H_1 bis H_4: Untersuchungsplan

(Zweifaktorielle, univariate) Kovarianzanalyse mit Messwiederholung



Quantitative Ergebnisse

$H1_1$:

Je weiter ein Kind zu Schulbeginn die Zahlwortreihe vorwärts aufsagen kann,

desto höher ist der Anteil an Aufgaben, die dieses Kind durch Fakten nutzende Strategien (nicht-zählend) löst.

$p=0{,}039$ nicht signifikant bei verschärftem Signifikanzniveau von $p \leq 0{,}01$*

Tendenz zur Signifikanz

* Verschärfung des Signifikanzniveaus erfolgte, weil Stichprobe einige Voraussetzungen für eine robuste Varianzanalyse (v.a. Varianzenhomogenität) nicht erfüllt

Quantitative Ergebnisse

$H1_2$:
Je mehr strukturierte Zahldarstellungen ein Kind zu Beginn des ersten Schuljahres quasi-simultan erfasst, desto höher ist der Anteil an Aufgaben, die dieses Kind durch Fakten nutzende Strategien (nicht-zählend) löst.

$p \leq 0{,}001$ Höchst signifikant,
die Hypothese kann aufrecht erhalten werden.

Quantitative Ergebnisse

$H1_3$:

Buben lösen mehr Aufgaben durch Fakten nutzenden Strategien als Mädchen.

$p=0{,}008$ Sehr signifikant,
die Hypothese kann aufrecht erhalten werden.

Quantitative Ergebnisse

$H1_4$:

Kinder von Eltern mit höherem Bildungsgrad lösen mehr Aufgaben durch Fakten nutzenden Strategien als Kinder von Eltern mit niedrigerem Bildungsgrad.

$p=0{,}019$ nicht signifikant bei verschärftem Signifikanzniveau von $p \leq 0{,}01$*
Tendenz zur Signifikanz

* Verschärfung des Signifikanzniveaus erfolgte, weil Stichprobe einige Voraussetzungen für eine robuste Varianzanalyse (v.a. Varianzenhomogenität) nicht erfüllt

Quantitative Ergebnisse

$H1_5$:

Je mehr Aufgaben schon zu Beginn des ersten Schuljahres durch Fakten nutzende Strategien, umso mehr Aufgaben am Ende des ersten Schuljahres durch Fakten nutzende Strategien.

$p<0,001$ $r_S= 0,459$

Höchst signifikant,
die Hypothese kann aufrecht erhalten werden.

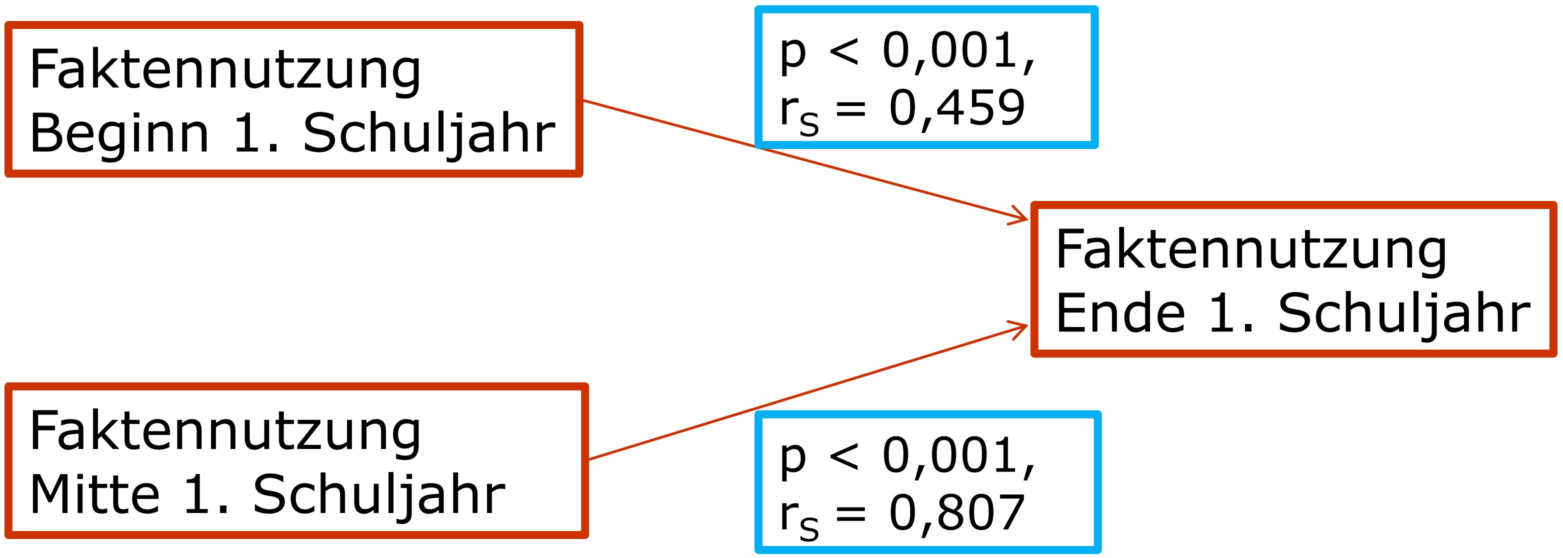
Quantitative Ergebnisse

$H1_6$:
Je mehr Aufgaben Mitte des ersten Schuljahres durch Fakten nutzende Strategien, umso mehr Aufgaben am Ende des ersten Schuljahres durch Fakten nutzende Strategien.

$p<0{,}001$ $r_S = 0{,}807$

Höchst signifikant,
die Hypothese kann aufrecht erhalten werden.

$H1_5$ und $H1_6$



Faktennutzung Beginn 1. Schuljahr
p < 0,001,
r_S = 0,459
Faktennutzung Ende 1. Schuljahr
Faktennutzung Mitte 1. Schuljahr
p < 0,001,
r_S = 0,807

Quantitative Ergebnisse

$H1_7$:

Kinder, die eine bestimmte additive Grundaufgabe Mitte des ersten Schuljahres durch eine Ableitungsstrategie gelöst haben, lösen dieselbe Aufgabe am Ende des ersten Schuljahres signifikant öfter durch Faktenabruf als Kinder, die diese Aufgabe Mitte des ersten Schuljahres durch Weiterzählen gelöst haben.

$p < 0{,}001$ Höchst signifikant,
die Hypothese kann aufrecht erhalten werden.

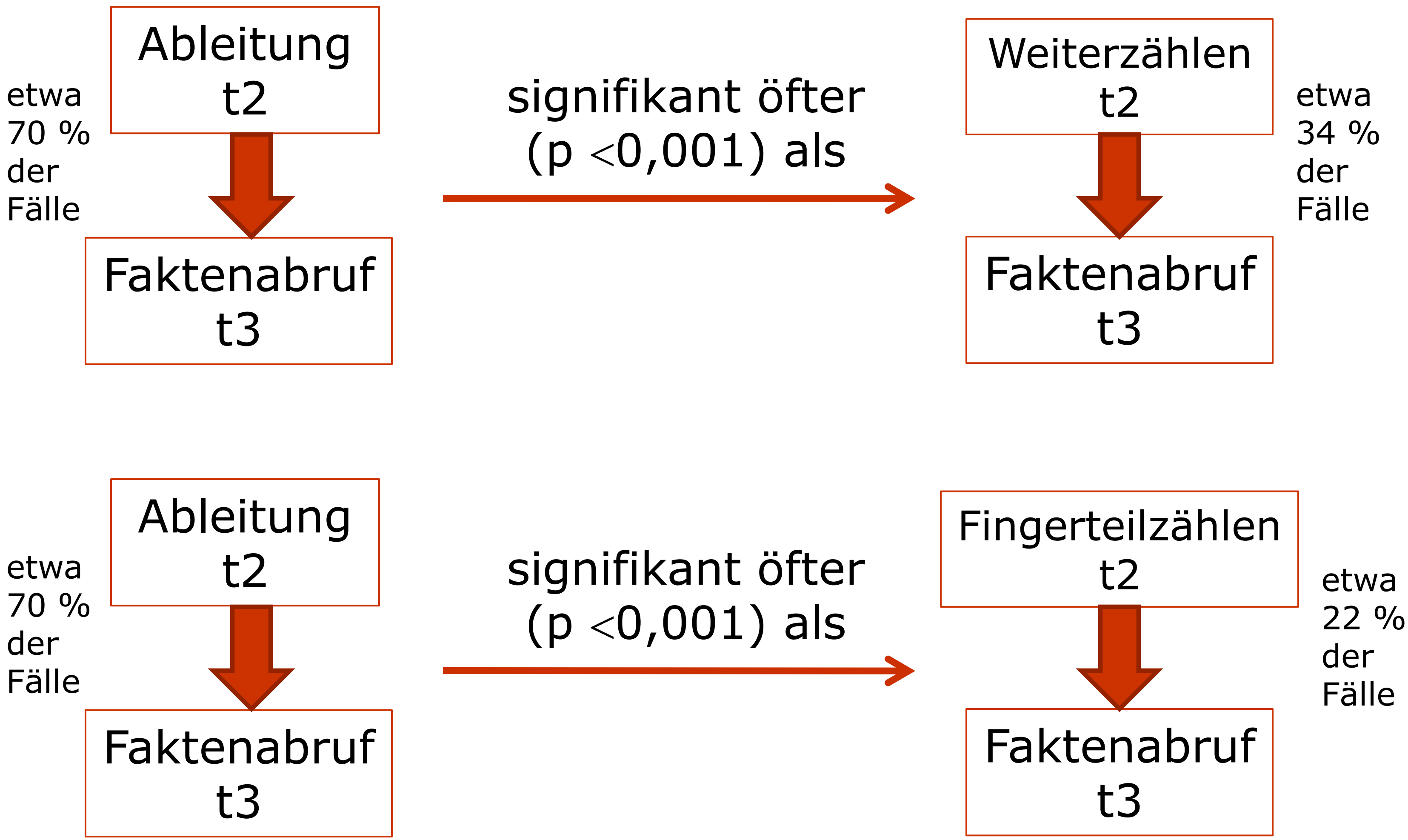
Quantitative Ergebnisse

$H1_8$:

Kinder, die eine bestimmte additive Grundaufgabe Mitte des ersten Schuljahres durch eine Ableitungsstrategie gelöst haben, lösen dieselbe Aufgabe am Ende des ersten Schuljahres signifikant öfter durch Faktenabruf als Kinder, die diese Aufgabe Mitte des ersten Schuljahres durch Fingerteilzählen bzw. Alleszählen gelöst haben.

$p < 0{,}001$ Höchst signifikant,
die Hypothese kann aufrecht erhalten werden.

Ergebnisse der Hypothesenprüfung/ $H1_7$ und $H1_8$



Übersicht

- Problemaufriss und Stand der Forschung
- Forschungsfragen
- Design & Methoden
- Qualitative Ergebnisse
- Quantitative Ergebnisse
- **Diskussion & Ausblick**

Zentrale Ergebnisse

- Zur Frage, was die Ablösung vom zählenden Rechnen fördert:
  - Starke Hinweise gegen Theorie von Siegler
  - Starke Hinweise für förderliche Wirkung des Ableitens (Baroody)
  - "6 Typen" als für die Planung von Unterricht wichtige Korrektur/Differenzierung des "proceptual divide" (Gray & Tall)
  - Spätestens Mitte 1. Schuljahr absehbar, wohin Entwicklung läuft

- Zu den signifikanten Einflüssen von Quasi-Simultanerfassung zu Schulbeginn, Geschlechtszugehörigkeit und (tendenziell) Bildungsgrad der Eltern auf die Strategieentwicklung:
  - Pädagogisch bedeutsame Spezifizierung von Befunden der Entwicklungspsychologie zu "Prädiktoren" der Mathematikleistung (Krajewski, Dornheim)
  - Denn: Erst Wissen um Lernprozesse ermöglicht es, "Prädiktion" pädagogisch-fachdidaktisch zu wenden: Präventiver Unterricht!

Pädagogisch-Praktische Konsequenzen

- Verbesserte fachdidaktische Kompetenz von Volksschullehrer/innen
- Verstärkte Anstrengungen um frühe mathematische Bildung im Kindergarten
- Approbation von Schulbüchern nur nach fachlicher Prüfung der Übereinstimmung mit fachdidaktischem Konsens
- *Frühe*, *kompetente* und *konsequente* schulische Zusatz-Förderung (auch in Einzel- und Kleingruppenarbeit) von Kindern, die dieser bedürfen

Forschungsdesiderate

- Weitere **Längsschnitt-Studien** zur Strategieentwicklung, auch **über das erste Schuljahr** hinaus, im mikro-genetischen Design
  - M. E. vertretbar nur als **Interventionsstudien** im Sinne eines Wettstreits alternativer, jeweils für sich in begründeter Weise als förderlich erachteter Konzepte (vgl. Bauersfeld 2000)

- **Querschnitt-Studien** zur Erfassung der Rechenstrategien bei den additiven Grundaufgaben auf Grundlage des gegenwärtigen Unterrichts **auch in höheren Schulstufen**

- **Video-basierte Unterrichtsforschung** zur genaueren Bestimmung der didaktisch-methodischen Qualität des gegenwärtigen Mathematikunterrichts in Österreich
  - Auch hier m.E. nur vertretbar, wenn die untersuchten Lehrer/innen zugleich Hilfestellungen zur Unterrichtsoptimierung erhalten

Bei Interesse an den Details:

Gaidoschik, Michael (2010a): Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres. Dissertation. Universität Wien.

Gaidoschik, Michael (2010b): Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr. Frankfurt/Main: Peter Lang Verlag der Wissenschaften.
(Leicht gekürzte Fassung der oben genannten Dissertation)

Gaidoschik, Michael (2010c): Zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr. In: Forschungsperspektiven, Band 2. Wien: PH Wien.
(Kurz-Zusammenfassung der oben genannten Dissertation)

Mailadresse des Autors: michael.gaidoschik@chello.at

Literatur:

- BAROODY, Arthur J. (2006): Why Children Have Difficulties Mastering the Basic Number Combinations and How to Help Them. In: Teaching Children Mathematics, 13, No. 1, S. 22-31.
- BAUERSFELD, Heinrich (2000): Research in Mathematics Education – Who Benefits?- In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, No. 4, S. 95-100.
- BIKNER-AHSBAHS, Angelika (2003): Empirisch begründete Idealtypenbildung – Ein methodisches Prinzip zur Theoriekonstruktion in der interpretativen mathematikdidaktischen Forschung. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Vol. 35, H. 5, S. 208-223.
- CARPENTER, Thomas P.; MOSER, James M. (1984): The Acquisition of Addition and Subtraction Concepts in Grades One Through Three. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 15, No. 3, S. 179-202.
- DEVLIN, Kevin (2002): Muster der Mathematik. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- DORNHEIM, Dorothea (2008): Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche: Der Bei-trag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten. Berlin: Logos.
- FUSON, Karen C.; KWON, Youngshim (1992): Korean Children's Single-Digit Addition and Subtraction: Numbers Structured by Ten. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 23, No. 2, S. 148-165.

Literatur:

- GAIDOSCHIK, Michael (2007): Rechenschwäche vorbeugen - Erstes Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Wien: G&G.
- GEARY, David C.; BOW-THOMAS, Christine C.; FAN, Liu; SIEGLER, Robert S. (1996): Development of Arithmetical Competences in Chinese and American Children: Influence of Age, Language, and Schooling. In: Child Development, Vol. 67, S. 2022-2044.
- GEARY, David C.; BROWN, Sam C. (1991): Strategy Choice and Speed-of-Processing Differences in Gifted, Normal, and Mathematically Disabled Children. In: Developmental Psychology, Vol. 27, No. 3, S. 398-406.
- GERSTER, Hans-Dieter (2009): Schwierigkeiten bei der Entwicklung arithmetischer Konzepte im Zahlenraum bis 100. In: Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi; Schmidt, Siegbert (Hg.) (2009): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz, S. 248-268.
- GERSTER, Hans-Dieter (1994): Arithmetik im Anfangsunterricht. In: ABELE, Albrecht; KALMBACH, Herbert (Hg.): Handbuch zur Grundschulmathematik, 1. und 2. Schuljahr. Stuttgart: Klett, S. 35-102.
- GRAY, Edward M. (1991): An Analysis of Diverging Approaches to Simple Arithmetic: Preference and its Consequences. In: Educational Studies in Mathematics, 22, S. 551-574.

Literatur:

- HASEMANN, Klaus (2003): Anfangsunterricht Mathematik. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- HATANO, Giyoo (1982): Learning to Add and Subtract: A Japanese Perspective. In: Carpenter, Thomas P., Moser, James M.; Romberg, Thomas A. (Eds.): Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, S. 211-223.
- HENRY, Valerie J.; BROWN, Richard S. (2008): First-Grade Basic Facts: An Investigation into Teaching and Learning of an Accelerated, High-Demanding Memorization Standard. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 39, No. 2, S. 153-183.
- KELLE, Udo (1994): Empirisch begründete Theoriebildung. Zur Logik und Methodologie interpretativer Sozialforschung. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.
- KELLE, Udo; KLUGE, Susann (1999): Vom Einzelfall zum Typus. Fallvergleich und Fallkontrastierung in der qualitativen Sozialforschung. Opladen: Leske und Budrich.
- KRAJEWSKI, Kristin (2003): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg: Kovac.

Literatur:

- KRAJEWSKI, Kristin; SCHNEIDER, Wolfgang (2006): Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, Vol. 53, S. 246-262.
- KRAUTHAUSEN, Günter; SCHERER, Petra (32007): Einführung in die Mathematikdidaktik. Heidelberg – Berlin: Spektrum.
- LORENZ, Jens-Holger (2002): Das arithmetische Denken von Grundschulkindern. In: Peter-Koop, Andrea (Hg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule*. Offenburg: Mildenberger, S. 59-81.*
- LORENZ, Jens-Holger; RADATZ, Hendrik (1993): Handbuch des Förderns im Mathematik-Unterricht. Hannover: Schroedel.
- MAYRING, Philipp (2003): Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken. Weinheim und Basel: Beltz.
- MAYRING, Philipp (2002): Einführung in die qualitative Sozialforschung. Eine Anleitung zu qualitativem Denken. Weinheim und Basel: Beltz.
- PADBERG, Friedhelm (2005): Didaktik der Arithmetik. Heidelberg: Spektrum.
- RADATZ, Hendrik; SCHIPPER, Wilhelm; DRÖGE, Rotraud; EBELING, Astrid (1996): Handbuch für den Mathematikunterricht, 1. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Literatur:

- SCHIPPER, Wilhelm (2005): Schulische Intervention und Prävention bei Rechenstörungen. In: Die Grundschulzeitschrift, H. 182, S. 6-10.
- SCHIPPER, Wilhelm (2003): Thesen und Empfehlungen für den schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. In: Lenart, Friederike; Holzer, Norbert; Schaupp, Hubert (Hg.): Rechenschwäche – Rechenstörung – Dyskalkulie: Erkennung, Prävention, Förderung. Graz: Leykam, 2003, S. 103-121.
- SCHIPPER, Wilhelm (2002): „Schulanfänger verfügen über hohe mathematische Kompetenzen." Eine Auseinandersetzung mit einem Mythos. In: Peter-Koop, Andrea (Hg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenberger, S. 119-140.
- SCHMIDT, Siegbert; WEISER, Werner (1982): Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern: Zählen und der kardinale Aspekt natürlicher Zahlen. In: Journal für Mathematik-Didaktik, H. 2/3, S. 227-263.
- SELTER, Christoph; SPIEGEL, Hartmut (1997): Wie Kinder rechnen. Stuttgart: Klett.
- SIEGLER, Robert S. (2001): Das Denken von Kindern. München – Wien: Oldenbourg Verlag.

Literatur:

- STEINBERG, Ruth M. (1985): Instruction on Derived Facts Strategies in Addition and Subtraction. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 16, No. 5, S. 337-355.
- SUN, Wei; ZHANG, Joanne Y. (2001): Teaching Addition and Subtraction Facts: A Chinese Perspective. In: Teaching Children Mathematics, Vol. 8, Issue 1, S. 28-31.
- THORNTON, Carol A. (1978): Emphasizing thinking strategies in basic fact instruction. In: Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 9, S. 214-227.
- WEIßHAUPT, Steffi; PEUCKER, Sabine; WIRTZ, Markus (2006): Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, Vol. 53, H. 4, S. 236-245.
- WITTMANN, Erich Ch. (1994): Wider die Flut der „bunten Hunde" und der „grauen Päckchen": Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens. In: Wittmann, Erich Ch.; Müller, Gerhard N. (1994): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart – Düsseldorf – Berlin – Leipzig: Klett, S. 157-171.
- WITTMANN, Erich Ch.; MÜLLER, Gerhard N. (21994): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart – Düsseldorf – Berlin – Leipzig: Klett.